ECOLE SPECIALE DES TRAVAUX PUBLICS, DU BATIMENT ET DE L'INDUSTRIE

CONCOURS COMMUN D'ADMISSION AUX ÉCOLES SUPÉRIEURES

DES TRAVAUX PUBLICS
DU BATIMENT
DE MÉCANIQUE-ÉLECTRICITÉ
DE TOPOGRAPHIE

SESSION 1979

1ère INTERROGATION DE MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures

NOTA – *Les cinq questions sont totalement indépendantes et peuvent être traitées dans un ordre arbitraire sous réserve d'indiquer très clairement leur numéro.*

»»»»»»»»«««««««««

Sujet n° 1 -

Etant donné la matrice $J = \begin{pmatrix} o & o & i \\ i & o & o \\ o & -1 & o \end{pmatrix}$. On demande :

1/ De calculer les puissances successives de J ;

2/ De préciser la dimension de l'espace vectoriel A engendré par l'ensemble des matrices J^n avec $n \in \mathbb{N}$
Montrer que A est un anneau. A quelles conditions les éléments de A admettent-ils un inverse ?

3/ On pose $K = I - J + J^2$, I étant la matrice unité d'ordre 3. Déterminer les matrices $L \in A$, telles que : $KL = LK = L$.
Montrer que l'ensemble des L est un espace vectoriel. Quelle est sa dimension ? Montrer que c'est aussi un corps.

.../...

Sujet n° 2 -

On considère la transformation T d'un espace euclidien de dimension 3, la matrice de T s'écrit :

$$A = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 & -2/3 \\ -8/15 & 1/3 & 2/5 \\ 2/5 & -2/3 & 8/15 \end{pmatrix}$$

1/ Déterminer le noyau et l'image de la transformation T.

2/ Déterminer la matrice de T dans une base orthonormée (comme la base donnée) dont deux vecteurs seront dans l'image. En déduire une interprétation géométrique de la transformation T.

Sujet n° 3 -

Par rapport à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère le point S (a,0,0) et une droite SI rencontrant $(O,\vec{k})$, définie par le vecteur unitaire $\vec{u}$. On posera $(\vec{k},\vec{u}) = \theta$, avec $\theta \in]0, \pi/2[$. On désigne par (C) le cône de révolution de sommet S, d'axe SI, de demi-angle θ. Soit (G) une génératrice quelconque de (C) définie par son vecteur unitaire $\vec{v}$, de composantes α, β, γ.

1/ Quelle est l'équation du cône (C) ?

2/ Quelles sont les équations de la perpendiculaire commune AB à (G) et $(O,\vec{k})$?
Quelles sont les coordonnées du point A, pied de la perpendiculaire commune sur (G) ?

3/ Soit (Γ) la courbe décrite par A, quand (G) décrit (C). Montrer que (Γ) est plane ; donner l'équation de son plan.

Sujet n° 4 -

Construire la courbe définie en coordonnées polaires par : $r = \dfrac{1}{\cos\theta - \cos 2\theta}$.

On précisera :

a) les asymptotes et la position de la courbe par rapport à ces asymptotes ;

b) les points doubles et les tangentes en ces points ;

c) les points d'inflexion et la concavité.

Sujet n° 5 -

Tous les repères considérés sont orthonormés et de même sens.

Soit un repère fixe Oxyz et un repère mobile Ouvz, défini par $(\vec{Ox}, \vec{Ou}) = t$, déduit du premier par rotation autour de Oz. Un point A est défini par : $\vec{OA} = \dfrac{a}{\mathrm{ch}\, t}\, \vec{u} + a\, \mathrm{th}\, t\, \vec{k}$.

1/ Montrer que le point A appartient à une sphère.

2/ On considère le repère AXYZ mobile par rapport au repère Oxyz, défini par : $\vec{I} = -\dfrac{\vec{AO}}{a}$, $\vec{J} = \vec{v}$, $\vec{K}$ complète le trièdre. Montrer que le mouvement de AXYZ par rapport à Oxyz est à chaque moment un mouvement de rotation dont on déterminera l'axe D et le vecteur $\vec{\Omega}$ porté par D :

a) dans le repère Ouvz,

b) dans le repère AXYZ.

N.B. : On peut considérer que le paramètre t est le temps.

FIN

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail